

平成 29 年度 言語・オートマトン演習：記号列の集合

1. 自然数全体の集合を \mathbf{N} とし, $A = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ は偶数}\}$, $B = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$, $C = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ は } 6 \text{ の倍数}\}$ とするとき $A^c \cup B^c = C^c$ であることを示せ.
2. アルファベットを $\Sigma = \{a, b\}$ とし, Σ 上の言語 L, M, N を

$$L = \{aa, bb\},$$

$$M = \{\varepsilon, aabb, bbaa\},$$

$$N = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ は } 0 \text{ 個以上の同じ個数の } a \text{ と } b \text{ を含む}\}$$

と定義する.

- (a) 以下の各言語の要素を全てあげよ.

- i. L^3 .

- ii. M^2 .

- iii. $(L^2) \cdot M$.

- iv. $N|_4$.

- (b) L^* を日本語または英語で内包的に表せ.

- (c) 以下の関係が成り立つことを示せ.

- i. $L \cdot (M^*) \subseteq L^*$.

- ii. $N^2 = N$.

3. 一般に, アルファベットを Σ とするとき, 記号列 $w \in \Sigma^*$ を逆順に並べて得られる文字列を w^R と表すことにする. 形式言語 $L_{Pal} = \{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\}$ の要素を回文 (palindrome) という. 以下では $\Sigma = \{a, b\}$ とする.

- (a)* 演算 R を帰納的に定義せよ.

- (b) 以下の等式が成り立つことを示せ.

$$L_{PAL} = \{u(u^R) \mid u \in \Sigma^*\} \cup \{ua(u^R) \mid u \in \Sigma^*\} \cup \{ub(u^R) \mid u \in \Sigma^*\}.$$